確率・統計処理 & 真値推定

カルマン・フィルタ 入門

Part 7: フーリエ解析の位置づけ

リニア・テック　別府 伸耕

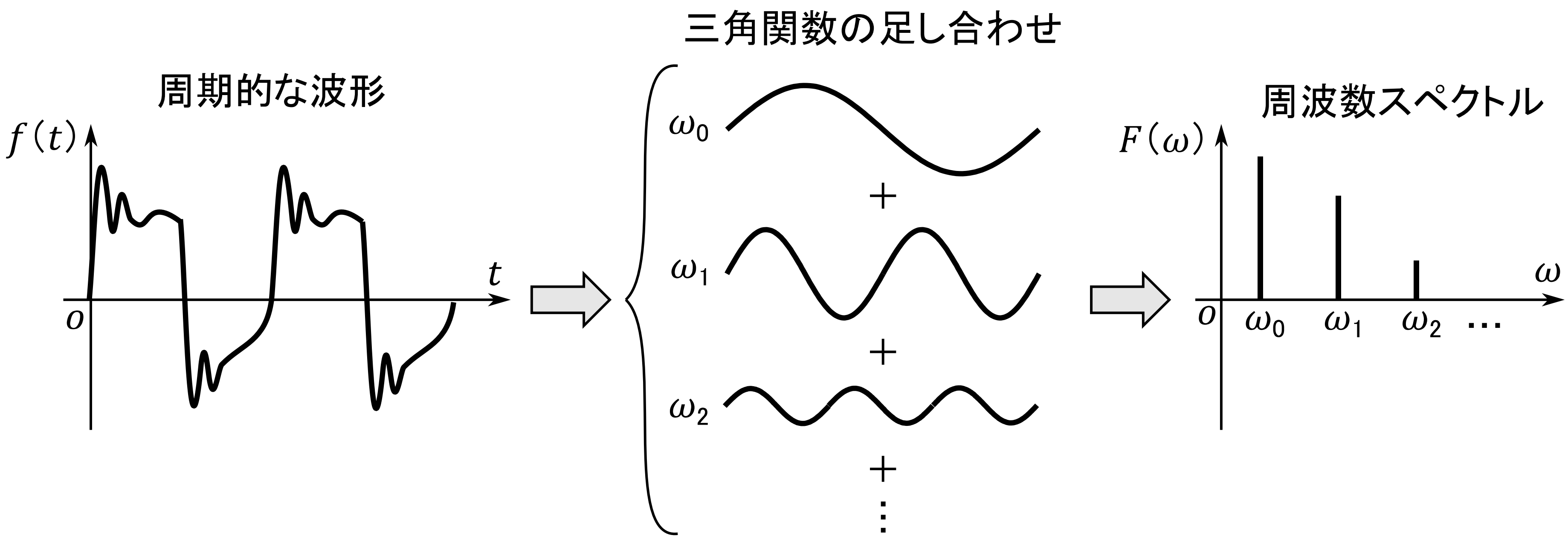
linear tec : Nobuyasu Beppu

フーリエ変換

関数 $f(t)$ を構成する多数の正弦波について，
それぞれの周波数の強度（振幅）を表す
「周波数スペクトル $F(\omega)$」を求める．

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} \, dt$$

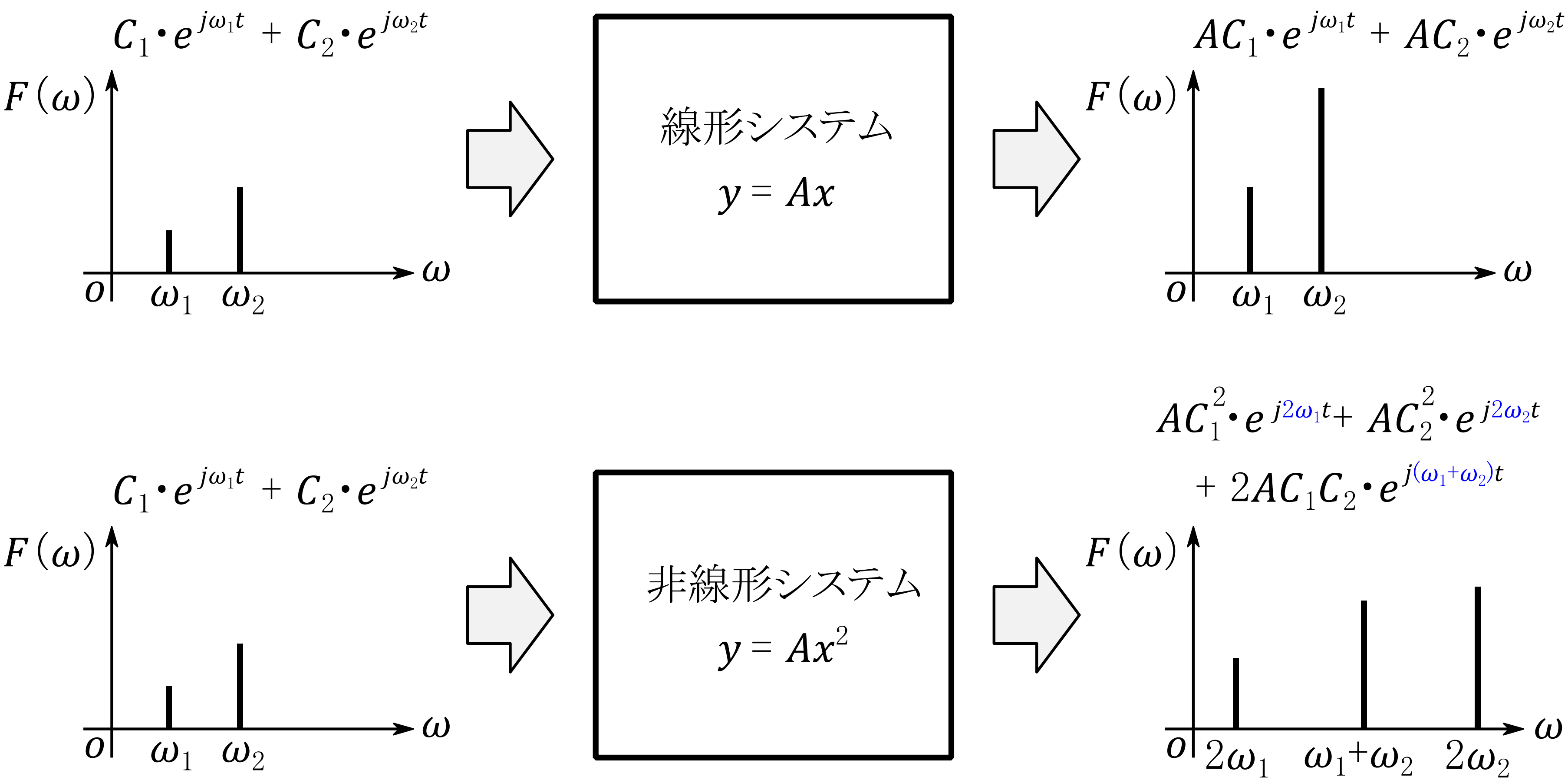
関数$f(x)$と複素正弦波$e^{-j\omega t}$との「内積」．



フーリエ変換は，関数$f(t)$と正弦波（複素正弦波）との「相関」を計算している．
複雑な波形でも，1つ1つの正弦波に分解すれば簡単に扱うことができる．

フーリエ変換と線形性

Sample



「非線形システム」の出力には，入力信号に含まれていない周波数成分が生じる.
そのため，「1つ1つの周波数ごとに振幅の変化を調べる」というアプローチが不可能.

「微分方程式」を「代数方程式」にする

例として，次のような「2階の線形微分方程式」を考える.

$$a_2\ddot{x}(t) + a_1\dot{x}(t) + a_0x(t) = b(t)$$

$x(t)$ は「正弦波」であると仮定する.
つまり，未知の定数 “A”（複素数）を用いて
“$x(t) = A \cdot e^{j\omega t}$” と表せるとする.

$$a_2(j\omega)^2 \cdot x(t) + a_1(j\omega) \cdot x(t) + a_0x(t) = b(t)$$

上式の「代数方程式」を“$x(t)$” について整理すれば
「微分方程式の解」が得られる.

$$x(t) = \frac{b(t)}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0}$$

微分方程式をただの「代数方程式」にすれば，簡単に解を求められる.